

ÇALIŞMA SORULARI-6

1. Verilen her bir $X' = AX$ sistemi için e^{At} üstel matrisini bulunuz.

a. $x' = 5x - 4y, y' = 2x - y$

b. $x' = 5x - 3y, y' = 2x$

c. $x' = 9x - 8y, y' = 6x - 5y$

d. $x' = 9x + 2y, y' = 2x + 6y$

2. Verilen sistemleri üstel matris yöntemi ile çözünüz.

a. $X' = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 11 & 7 \end{bmatrix} X, X(0) = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix}$

b. $X' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} X, X(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

c. $X' = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} X, X(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

d. $X' = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 10 & 5 & 0 \\ 20 & 30 & 5 \end{bmatrix} X, X(0) = \begin{bmatrix} 40 \\ 50 \\ 60 \end{bmatrix}$

3. Verilen her bir sistem için temel matrislerini bulunuz ve sonra temel matris çözümlerini bulunuz.

a. $X' = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} X, X(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

b. $X' = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} X, X(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

c. $X' = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} X, X(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

d. $X' = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -6 \\ 2 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & -4 \end{bmatrix} X, X(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

4. Verilen matrisler için e^{At} üstel matrisini bulunuz.

a. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

d. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -9 & -6 \end{bmatrix}$ matrisinin nilpotent olduğunu gösteriniz ve bunu e^{At} üstel matrisini bulmak için kullanınız.

6. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 10 \\ -1 & -2 & -5 \end{bmatrix}$ matrisinin nilpotent olduğunu gösteriniz ve bunu e^{At} üstel matrisini bulmak için kullanınız.